

# Modelo de resultados potenciais e experimentos

## Avaliação de Políticas Públicas B

09, 14, 23 e 28 de abril de 2025

Leitura básica:

FACURE, Matheus. **Causal inference for the brave and true**. 2022. [Capítulo 2: Randomized experiments.] Disponível em: <https://matheusfacure.github.io/python-causality-handbook/landing-page.html>

Leitura complementar:

FACURE, Matheus. **Causal inference for the brave and true**. 2022. [Capítulo 1: Introduction to causality.] Disponível em: <https://matheusfacure.github.io/python-causality-handbook/landing-page.html>

GERTLER, Paul J. et al. **Avaliação de impacto na prática**. Washington: Banco Interamericano de Desenvolvimento; Banco Mundial, 2018. [Capítulo 3: Inferência causal e contrafactuais. Capítulo 4: Seleção aleatória.] Disponível em: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/25030/9781464808890.pdf>

HUNTINGTON-KLEIN, Nick. **The effect: an introduction to research design and causality**. 2023. [Capítulo 10: Treatment effects.] Disponível em: <https://theeffectbook.net/>

# modelo de resultados potenciais

# O elusivo contrafactual: como teria sido a vida se não tivesse sido como foi

## RECORDATÓRIO

- Podemos **observar**:

- I. Resultados para unidades (casos) que receberam o tratamento
- II. Resultados para unidades que não receberam o tratamento

**Factual**

- Não podemos observar:

- III. O que teria acontecido se as unidades que receberam o tratamento **não o tivessem recebido**
- IV. O que teria acontecido se as unidades que não receberam o tratamento **o tivessem recebido**

**Contrafactual**

# Para descrever os 4 estados possíveis, o modelo de resultados potenciais (MRP\*) diferencia o cenário (subscrito de Y) da exposição ao tratamento (valor assumido por T)

- |                             |                                                                                                 | <u>Notação no MRP**</u>   |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| ▪ Podemos <b>observar</b> : |                                                                                                 |                           |
| I.                          | Resultados para unidades (casos) que receberam o tratamento                                     | $\Rightarrow Y_1   T = 1$ |
| II.                         | Resultados para unidades que não receberam o tratamento                                         | $\Rightarrow Y_0   T = 0$ |
| ▪ Não podemos observar:     |                                                                                                 |                           |
| III.                        | O que teria acontecido se as unidades que receberam o tratamento <b>não o tivessem recebido</b> | $\Rightarrow Y_0   T = 1$ |
| IV.                         | O que teria acontecido se as unidades que não receberam o tratamento <b>o tivessem recebido</b> | $\Rightarrow Y_1   T = 0$ |

\* Também chamado de modelo causal de Neyman-Rubin.

\*\* Adotamos aqui a notação utilizada por Facure (2022), capítulos 1 e 2.

# Para descrever os 4 estados possíveis, o modelo de resultados potenciais (MRP) diferencia o cenário (subscrito de Y) da exposição ao tratamento (valor assumido por T)

## ▪ Podemos **observar**:

- I. Resultados para unidades (casos) que receberam o tratamento  $\Rightarrow Y_1 | T = 1$  *ou*  $Y | T = 1$
- II. Resultados para unidades que não receberam o tratamento  $\Rightarrow Y_0 | T = 0$  *ou*  $Y | T = 0$

### Notação no MRP\*

Para os estados observados, podemos simplificar a notação, já que subscrito = valor de T.

## ▪ Não podemos observar:

- III. O que teria acontecido se as unidades que receberam o tratamento **não o tivessem recebido**  $\Rightarrow Y_0 | T = 1$
- IV. O que teria acontecido se as unidades que não receberam o tratamento **o tivessem recebido**  $\Rightarrow Y_1 | T = 0$

\* Adotamos aqui a notação utilizada por Facure (2022), capítulos 1 e 2.

# Ao calcular o efeito de uma intervenção, queremos estimar as chamadas quantidades de interesse

## Exemplos de quantidades de interesse

Sigla	Quantidade de interesse	Descrição	Fórmula
ITE	Individual treatment effect	Impacto do tratamento em cada uma das unidades $i$ ; assume que impacto pode variar entre unidades.	$Y_{1i} - Y_{0i}$
ATE	Average treatment effect	Impacto médio do tratamento, considerando tanto unidades tratadas como não tratadas; assume que impacto pode variar entre unidades.	$E[Y_1 - Y_0]$
ATT	Average treatment effect on the treated	Impacto médio do tratamento considerando apenas as unidades tratadas; assume que impacto pode variar entre as unidades tratadas.	$E[Y_1 - Y_0 \mid T = 1]$

**Nota:** “em teoria das probabilidades [Estatística], o **valor esperado**, também chamado **esperança matemática** ou **expectância**, de uma variável aleatória é a soma do produto de cada probabilidade de saída da experiência pelo seu respectivo valor. Isto é, representa o valor médio ‘esperado’ de uma experiência se ela for repetida muitas vezes. Note-se que o valor em si pode não ser esperado no sentido geral; pode ser improvável ou impossível. Se todos os eventos tiverem igual probabilidade o valor esperado é a média aritmética.” ([https://pt.wikipedia.org/wiki/Valor\\_esperado](https://pt.wikipedia.org/wiki/Valor_esperado))

# Ao calcular o efeito de uma intervenção, queremos estimar as chamadas quantidades de interesse

## Exemplos de quantidades de interesse

Sigla	Fórmula	Dados	Efeito																																			
ITE	$Y_{1i} - Y_{0i}$	<table><tr><th></th><th>i</th><th>Y0</th><th>Y1</th><th>T</th><th>Y</th><th>TE</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>500</td><td>450</td><td>0</td><td>500</td><td>-50</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>600</td><td>600</td><td>0</td><td>600</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>800</td><td>600</td><td>1</td><td>600</td><td>-200</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>700</td><td>750</td><td>1</td><td>750</td><td>50</td></tr></table>		i	Y0	Y1	T	Y	TE	0	1	500	450	0	500	-50	1	2	600	600	0	600	0	2	3	800	600	1	600	-200	3	4	700	750	1	750	50	Para i = 1, ITE = -50 Para i = 2, ITE = 0 Para i = 3, ITE = -200 Para i = 4, ITE = 50
	i	Y0	Y1	T	Y	TE																																
0	1	500	450	0	500	-50																																
1	2	600	600	0	600	0																																
2	3	800	600	1	600	-200																																
3	4	700	750	1	750	50																																
ATE	$E[Y_1 - Y_0]$		ATE = $(-50 + 0 - 200 + 50)/4$ ATE = -50																																			
ATT	$E[Y_1 - Y_0 \mid T = 1]$		ATT = $(-200 + 50)/2$ ATT = -75																																			

# Problema: fórmulas remetem a estados não observados

## Exemplos de quantidades de interesse

Sigla	Fórmula	Dados																																				
ITE	$Y_{1i} - Y_{0i}$	<table><tr><th></th><th>i</th><th>Y0</th><th>Y1</th><th>T</th><th>Y</th><th>TE</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>500</td><td>450</td><td>0</td><td>500</td><td>-50</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>600</td><td>600</td><td>0</td><td>600</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>800</td><td>600</td><td>1</td><td>600</td><td>-200</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>700</td><td>750</td><td>1</td><td>750</td><td>50</td></tr></table>		i	Y0	Y1	T	Y	TE	0	1	500	450	0	500	-50	1	2	600	600	0	600	0	2	3	800	600	1	600	-200	3	4	700	750	1	750	50	}
	i	Y0	Y1	T	Y	TE																																
0	1	500	450	0	500	-50																																
1	2	600	600	0	600	0																																
2	3	800	600	1	600	-200																																
3	4	700	750	1	750	50																																
ATE	$E[Y_1 - Y_0]$																																					
ATT	$E[Y_1 - Y_0 \mid T = 1]$	<table><tr><th></th><th>i</th><th>Y0</th><th>Y1</th><th>T</th><th>Y</th><th>TE</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>500.0</td><td>NaN</td><td>0</td><td>500</td><td>NaN</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>600.0</td><td>NaN</td><td>0</td><td>600</td><td>NaN</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>NaN</td><td>600.0</td><td>1</td><td>600</td><td>NaN</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>NaN</td><td>750.0</td><td>1</td><td>750</td><td>NaN</td></tr></table>		i	Y0	Y1	T	Y	TE	0	1	500.0	NaN	0	500	NaN	1	2	600.0	NaN	0	600	NaN	2	3	NaN	600.0	1	600	NaN	3	4	NaN	750.0	1	750	NaN	}
	i	Y0	Y1	T	Y	TE																																
0	1	500.0	NaN	0	500	NaN																																
1	2	600.0	NaN	0	600	NaN																																
2	3	NaN	600.0	1	600	NaN																																
3	4	NaN	750.0	1	750	NaN																																

O que as fórmulas pedem

O que observamos






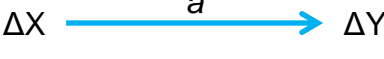
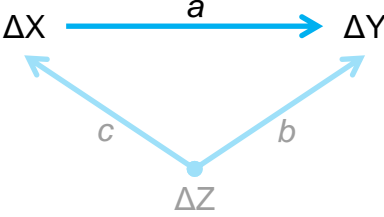
Considerando o que podemos observar (o factual), ou seja,  $[Y \mid T = 1]$  e  $[Y \mid T = 0]$ , **como estimar as quantidades de interesse (em particular, as médias)?**

# Segundo a lógica da explicação nomotética\*, há três requisitos para inferência causal

Para que um resultado seja considerado consequência de uma suposta causa, todos os três critérios devem ser atendidos



## RECORDATÓRIO

Critério	Descrição	Ilustração
<b>Anterioridade</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pretensa causa (X) precede variação observada na variável dependente (Y)</li></ul>	
<b>Associação (a.k.a. correlação)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Existe uma associação empírica entre X e Y</li></ul>	
<b>Não espuriedade (da associação)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Variação em Y não pode ser atribuída a outra causa (e.g., a outra intervenção)</li></ul>	

\* A explicação nomotética (vs. idiográfica) busca identificar alguns poucos fatores que em geral impactam uma classe de condições ou eventos. Assume causação probabilística (Babbie, 2004).

# Estimação de efeitos exige cuidado, pois Associação $\neq$ Causalidade

## Associação

Associação é uma **relação observada** entre T e Y, podendo ser descrita por:

$$E[Y | T = 1] - E[Y | T = 0]$$

Se essa subtração for não nula, então o valor esperado de Y varia entre grupo tratado e grupo não tratado (ou seja, Y associa-se com o tratamento).

# Estimação de efeitos exige cuidado, pois Associação $\neq$ Causalidade

## Associação

Associação é uma **relação observada** entre T e Y, podendo ser descrita por:

$$E[Y | T = 1] - E[Y | T = 0]$$

Se essa subtração for não nula, então o valor esperado de Y varia entre grupo tratado e grupo não tratado (ou seja, Y associa-se com o tratamento).

## Causalidade

Causalidade **requer associação mas não se confunde** com associação.

Tomemos o ATT (average treatment effect on the treated), para o qual é possível derivar a seguinte fórmula:

**ATT = associação – viés**

Especificando:

$$ATT = E[Y | T = 1] - E[Y | T = 0] - \text{viés}$$

Especificando mais:

$$ATT = E[Y | T = 1] - E[Y | T = 0] - \{E[Y_0 | T = 1] - E[Y_0 | T = 0]\}$$

O viés corresponde às diferenças entre tratados, no cenário em que nenhum deles recebe tratamento.

# Viés desbanca as pretensões causais da associação



# Viés desbanca as pretensões causais da associação



# Para afastar essa ameaça, os resultados potenciais devem ser independentes do tratamento

**Independência (ausência de associação) dos resultados potenciais:** a exposição ao tratamento não nos dá indicações sobre o resultado potencial de Y. Fórmula:

$$(Y_1, Y_0) \perp\!\!\!\perp T$$

Note que estamos falando sobre independência dos resultados potenciais, não sobre independência dos resultados observados. Se estes forem independentes do tratamento, isto significa que o tratamento não teve efeito.



$$(Y_0, Y_1) \perp\!\!\!\perp T$$

$$Y \perp\!\!\!\perp T$$

# **A atribuição aleatória ao tratamento (i.e., o desenho experimental\*) implica independência dos resultados potenciais, o que facilita a estimação de efeito causal**

## **RECORDATÓRIO**

No desenho experimental, sabe-se com certeza que nenhum dos condicionantes sistemáticos de  $Y$  afetaram a atribuição ao tratamento.

A atribuição aleatória ao tratamento enseja uma presunção de comparabilidade entre grupos no momento logo anterior à atribuição ao tratamento.

Isso vale para as variáveis (condicionantes) observáveis e não observáveis. O grande valor da atribuição aleatória ao tratamento é a presunção de comparabilidade entre grupos nas dimensões não observáveis.

\* RCT (randomized controlled trial) é exemplo de modelo experimental.

# A atribuição aleatória ao tratamento (i.e., o desenho experimental\*) implica independência dos resultados potenciais, o que facilita a estimação de efeito causal

## RECORDATÓRIO

No desenho experimental, sabe-se com certeza que nenhum dos condicionantes sistemáticos de  $Y$  afetaram a atribuição ao tratamento.

A atribuição aleatória ao tratamento enseja uma presunção de comparabilidade entre grupos no momento logo anterior à atribuição ao tratamento.

Isso vale para as variáveis (condicionantes) observáveis e não observáveis. O grande valor da atribuição aleatória ao tratamento é a presunção de comparabilidade entre grupos nas dimensões não observáveis.

Assim, a atribuição aleatória ao tratamento – característica distintiva do desenho experimental – implica independência dos resultados potenciais.

**Pode-se derivar que, com independência dos resultados potenciais, a associação observada é igual ao ATE (average treatment effect).**

$$(Y_1, Y_0) \perp\!\!\!\perp T \Rightarrow E[Y | T = 1] - E[Y | T = 0] = E[Y_1 - Y_0] = \text{ATE}$$

Associação.

Também, como o viés esperado é zero, no desenho experimental associação = ATT.

\* RCT (randomized controlled trial) é exemplo de modelo experimental.

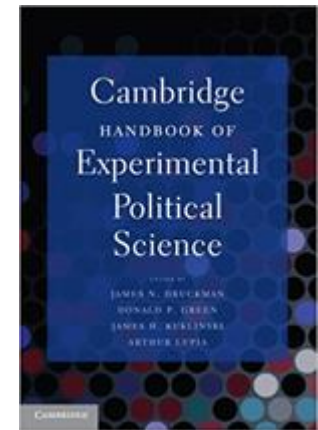


# Amostragem vs. atribuição aleatória ao tratamento

## RECORDATÓRIO

*Um objetivo comum na amostragem aleatória é selecionar participantes de uma população mais ampla de modo a oferecer a cada potencial participante a mesma probabilidade de ser recrutado para o estudo. A atribuição aleatória é diferente. [...] O requisito principal é que um procedimento aleatório, como um sorteio com cara ou coroa, determine se os participantes do estudo receberão um certo tratamento. **Assim como um experimento não requer amostragem aleatória, um estudo com amostra aleatória nem sempre é um experimento.***

(Druckman et al., 2011, p. 17-18; tradução nossa)



# Exemplo 1:

## Alpert, Couch & Harmon (2016), descrito por Facure (2022)



“Felizmente, alguns economistas fizeram isso por nós. Eles randomizaram as turmas de modo que alguns alunos foram designados a ter aulas presenciais, outros a ter somente aulas on-line e um terceiro grupo a ter um formato misto de aulas on-line e presenciais. Eles coletaram dados em um exame padrão no final do semestre.”

*American Economic Review: Papers & Proceedings 2016, 106(5): 378–382*  
<http://dx.doi.org/10.1257/aerp20161057>

## A Randomized Assessment of Online Learning<sup>†</sup>

By WILLIAM T. ALPERT, KENNETH A. COUCH, AND OSKAR R. HARMON\*

This paper contains estimates of the impact of different instructional models that incorporate online course content on learning outcomes of college students of principles of microeconomics using a randomized study design. In the existing literature, there are only three published

online section. In assessing the difference in outcomes across sections, estimates indicate (Figlio, Rush, and Yin 2013, Table 3) that students attending the live lectures do roughly 3 points better than those in the purely online section on a mid-term exam and about 2.5 points

“Podemos ver que temos 323 observações. Não se trata exatamente de big data, mas é algo com que podemos trabalhar.”

	gender	asian	black	hawaiian	hispanic	unknown	white	format_ol	format_blended	falseexam
0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0	0.0	63.29997
1	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0	0.0	79.96000
2	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0	1.0	83.37000
3	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0	1.0	90.01994
4	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1	0.0	83.30000

“Para estimar o efeito causal, podemos simplesmente calcular a pontuação média [no exame final] para cada um dos grupos de tratamento.

Sim. É simples assim. Podemos ver que as aulas presenciais geram uma pontuação média de 78,54, enquanto os cursos on-line geram uma pontuação média de 73,63. As notícias não são tão boas para os defensores do aprendizado on-line. O ATE (average treatment effect) para uma aula on-line é, portanto, -4,91. **Isso significa que as aulas on-line fazem com que os alunos tenham um desempenho cerca de 5 pontos inferior**, em média. É isso aí. Não é preciso se preocupar com o fato de que os cursos on-line podem ter alunos mais pobres que não podem pagar pelas aulas presenciais ou, por outro lado, não é preciso se preocupar com o fato de que os alunos dos diferentes tratamentos sejam diferentes de alguma forma além do tratamento que receberam. Por definição, o experimento **aleatório** é feito para eliminar essas diferenças.”

	gender	asian	black	hawaiian	hispanic	unknown	white	format_ol	format_blended	falseexam
class_format										
blended	0.550459	0.217949	0.102564	0.025641	0.012821	0.012821	0.628205	0.0	1.0	77.093731
face_to_face	0.633333	0.202020	0.070707	0.000000	0.010101	0.000000	0.717172	0.0	0.0	78.547485
online	0.542553	0.228571	0.028571	0.014286	0.028571	0.000000	0.700000	1.0	0.0	73.635263

“Por esse motivo, uma boa verificação de sanidade para saber se a **randomização** foi feita corretamente (ou se você está analisando os dados corretos) é verificar se os tratados são iguais aos não tratados nas variáveis pré-tratamento. Nossos dados têm informações sobre gênero e etnia para verificar se eles são semelhantes entre os grupos. Podemos dizer que eles [os grupos] parecem bastante semelhantes para as variáveis de **gender**, **asian**, **hispanic** e **white**. A variável **black**, no entanto, parece um pouco diferente. Isso chama a atenção para o que acontece com uma amostra pequena. Mesmo sob **randomização**, pode ser que, por acaso, um grupo seja diferente do outro. Em amostras grandes, essa diferença tende a desaparecer.”

	gender	asian	black	hawaiian	hispanic	unknown	white	format_ol	format_blended	falsexam
class_format										
blended	0.550459	0.217949	0.102564	0.025641	0.012821	0.012821	0.628205	0.0	1.0	77.093731
face_to_face	0.633333	0.202020	0.070707	0.000000	0.010101	0.000000	0.717172	0.0	0.0	78.547485
online	0.542553	0.228571	0.028571	0.014286	0.028571	0.000000	0.700000	1.0	0.0	73.635263

significância  
estatística de  
diferença de médias  
pode ser apurada via  
regressão com  
dummy

# Modelo de resultados potenciais e experimentos

## Avaliação de Políticas Públicas B

09, 14, 23 e 28 de abril de 2025

Leitura básica:

FACURE, Matheus. **Causal inference for the brave and true**. 2022. [Capítulo 2: Randomized experiments.] Disponível em: <https://matheusfacure.github.io/python-causality-handbook/landing-page.html>

Leitura complementar:

FACURE, Matheus. **Causal inference for the brave and true**. 2022. [Capítulo 1: Introduction to causality.] Disponível em: <https://matheusfacure.github.io/python-causality-handbook/landing-page.html>

GERTLER, Paul J. et al. **Avaliação de impacto na prática**. Washington: Banco Interamericano de Desenvolvimento; Banco Mundial, 2018. [Capítulo 3: Inferência causal e contrafactuais. Capítulo 4: Seleção aleatória.] Disponível em: <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/25030/9781464808890.pdf>

HUNTINGTON-KLEIN, Nick. **The effect: an introduction to research design and causality**. 2023. [Capítulo 10: Treatment effects.] Disponível em: <https://theeffectbook.net/>